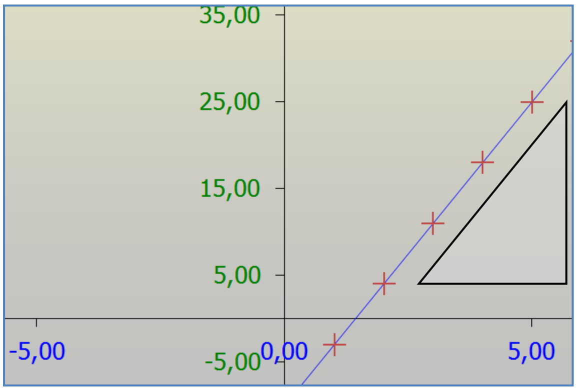
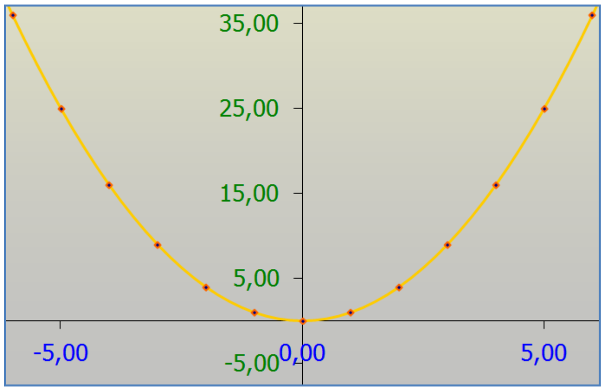
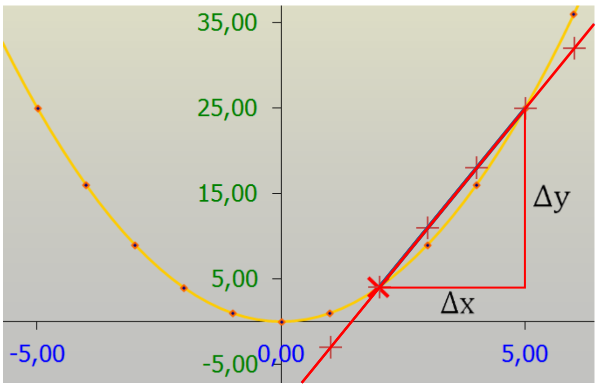


Die Gerade durch die Punkte (2|4) und (5|25) hat überall dieselbe Steigung, nämlich p = $\frac{21}{3}$ = 7 ($\Delta x = 3$ nach rechts, $\Delta y = 21$ nach oben).

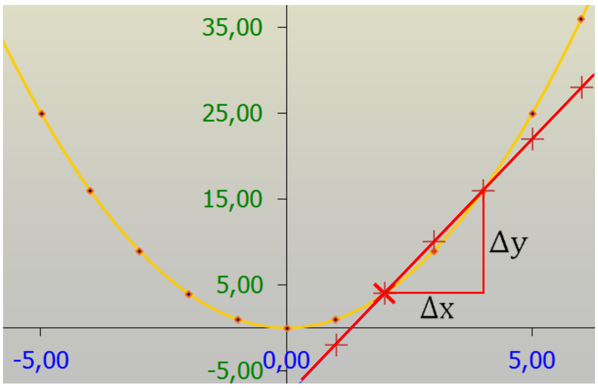


Die gekrümmte (Normal-)Parabel hat überall verschiedene Steigungen.
Im Ursprung ist die Steigung gleich 0, nach links und nach rechts wird sie immer steiler.

Die „Differenzialrechnung“ beschäftigt sich damit, die Steigung einer gekrümmten Kurve in einem bestimmten Punkt zu bestimmen.
Also zum Beispiel: Welche Steigung hat die Normalparabel $y = x^2$ im Punkt P(2|4)?



<u>Strategie</u>:
Wir wählen zu dem gegebenen Punkt P(2|4) einen zweiten Punkt auf der Parabel [z. B. Q(5|25)] und zeichnen die Gerade durch P und Q. Sie ist Sekante der Parabel, schneidet sie 2-mal.
Sie hat die Steigung $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{21}{3} = 7$. Das ist natürlich nicht (noch nicht) die Steigung der Parabel.
Der „Trick“ ist nun der, Δx Zug um Zug kleiner zu machen, den zweiten Punkt Q auf der Parabel in Richtung des ersten „wandern“ zu lassen.



Mit Q(4|16) hat die Sekante die Steigung $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12}{2} = 6$. Auch das ist noch nicht die Steigung der Parabel im Punkt P(2|4), aber besser als zuvor.

Mit Q(3|9) hat die Sekante die Steigung $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5}{1} = 5$.

Mit Q(2,1|4,41) hat die Sekante die Steigung $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0{,}441}{0{,}1} = 4{,}41$.
Wer jetzt auf die Idee kommt, Q(2|4) zu nehmen …, da gibt’s Crash, denn dann wäre Δx = 0, durch 0 können wir aber nicht dividieren.

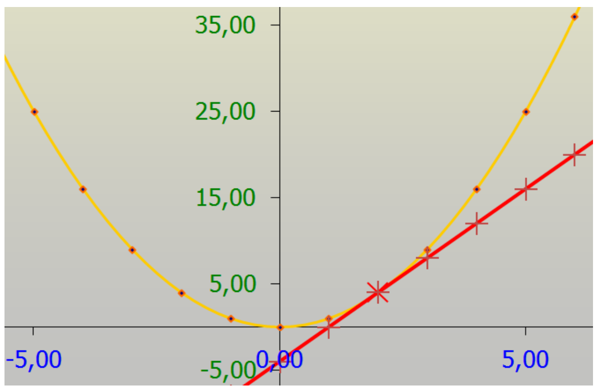
Wir müssen überlegen, gegen welchen Wert der Quotient $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ strebt, wenn Δx immer kleiner wird, gegen Null geht, also …

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = ?$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(2+\Delta x)^2 - 2^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2^2 + 2 \cdot 2 \cdot \Delta x + \Delta x^2 - 2^2}{\Delta x} =$$
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{4\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (4 + \Delta x) = \mathbf{4}$$

allgemein: Steigung von $y = x^2$ im Punkt P(x_0|y_0):

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x_0+\Delta x)^2 - {x_0}^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{{x_0}^2 + 2 \cdot x_0 \cdot \Delta x + \Delta x^2 - {x_0}^2}{\Delta x}$$
$$= = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2 \cdot x_0 \cdot \Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (2x_0 + \Delta x) = 2x_0$$



Die Tangentensteigung im Punkt P(2|4) ist 4.