Zahlenmengen – eine Unmenge von Zahlen

In der ersten Klasse hast du begonnen mit den „natürlichen Zahlen". Sie heißen so, weil sie in der natürlichen Welt präsent sind, nämlich in der Anzahl von Objekten.
Die Menge aller natürlichen Zahlen wird mit dem Symbol $\mathbb{N}$ bezeichnet (N mit Doppelstrich):

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

Die Mathematiker sind sich in der Schreibung etwas uneins, ob die „Zahl" Null*) dazugehört oder nicht:

entweder $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ und $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ …

oder $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ und $\mathbb{N}^*$ oder $\mathbb{N}\backslash\{0\} = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ ($\mathbb{N}\backslash\{0\}$ lies „$\mathbb{N}$ ohne Null")

*) Die Null ist höchst gefährlich bei der Division/Bruchrechnung, weil man durch 0 nicht dividieren kann.

$\mathbb{N}$

Es gibt unendlich viele natürliche Zahlen, keine größte, aber die 1 als kleinste.

Es kamen dann die negativen ganzen Zahlen hinzu. Zusammen mit den positiven ganzen Zahlen (= $\mathbb{N}$) bilden sie die Menge der $\mathbb{Z}$ ganzen Zahlen (das Symbol ist abgeleitet von „Zahlen").

$\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

$\mathbb{B}$

… und die (positiven und negativen) **Bruchzahlen**
Diese Menge $\mathbb{B}$ kann man nicht aufzählend hinschreiben, sondern nur beschreiben

$$\mathbb{B} = \{ \tfrac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b \neq 0\}$$

lies: „alle Brüche a durch b, für die gilt: …"

$\mathbb{Q}$

N (und Z) gehören zu den Bruchzahlen, z. B. die Zahl 4 in der Form $\frac{4}{1}$ oder $\frac{8}{2}$ usf.
Bruchzahlen werden häufig als „Dezimalbruch" geschrieben, z. B. $\frac{1}{8}$ als 0,125 ($\frac{125}{1000}$ oder $\frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$).

Die Bruchzahlen werden auch als „Rationale Zahlen" bezeichnet, abgekürzt mit $\mathbb{Q}$ (von Quotient)
Wandelt man Brüche in Dezimalbrüche um, so ergeben sich entweder abbrechende (mit beschränkter Anzahl von Nachkommastellen) oder periodische (mit unendlichen vielen Nachkommastellen) Dezimalzahlen, man kann also jede Stelle hinter dem Komma präzise bestimmen (deswegen „rational").
Es gibt auch Dezimalzahlen, die unendlich viele Stellen hinter dem Komma haben, aber ohne jede Regelmäßigkeit; z. B. $\sqrt{2}$ oder die Zahl π (pi). Von π kennt man aktuell (2010) etwa 5 Billionen ihrer Dezimalstellen. Solche Zahlen nennt man „irrationale Zahlen". Man kann sie <u>nicht</u> als Bruch darstellen, höchstens näherungsweise (z. B. $\frac{22}{7}$ als Näherung für π).

$\mathbb{R}$

Die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen und die irrationalen Zahlen zusammen genommen bilden die Menge $\mathbb{R}$ der „reellen Zahlen".

Diese Mengen werden benötigt z. B. bei den Betrachtung von Funktionen.
Und zwar bei der Bestimmung der **Definitionsmenge** D_f einer Funktion (für welche Werte ist die Funktion definiert?).
Die Menge aller Funktionswerte nennt man **Wertemenge** W_f der Funktion.

Kleines „Schmankerl":
$\sqrt{2}$ kann man „exakt" zeichnen (als Länge der Diagonale eines Einheitsquadrates), aber nicht exakt berechnen!